Maxwell

- James Clerk Maxwell - Wikipedia, the free encyclopedia

- 詹姆士.克拉克.麥克斯威

- Maxwell-Boltzmann distribution

- 馬克士威.波茲曼分佈

詹姆斯·馬克士威

詹姆斯·克拉克·馬克士威 1831-1879

出生	1831年6月13日 英國愛丁堡
逝世	1879年11月5日(時年48歲) 英國劍橋
居住地	英國
國籍	蘇格蘭
研究領域	物理學、數學

任職	馬里查爾學院,英國 倫敦英皇學院,英國 英國皇家學會,英國 劍橋大學,英國
母校	愛丁堡大學,英國 劍橋三一學院,英國
博士導師	威廉姆·霍普金斯 喬治·克里斯托
著名成就	馬克士威方程組

生平

馬克士威1831年6月13日生於英國愛丁堡，1847～1850年於愛丁堡大學學習。1850～1854年進入劍橋三一學院攻讀數學。1856～1860年擔任阿伯丁郡的馬里查爾學院教授。1860～1865年在倫敦英皇學院

執教，並從事氣體運動理論的研究。1860年成為英國皇家學會院士。1871年任劍橋大學教授，創建並領導了英國第一個專門的物理實驗室卡文迪許實驗室。

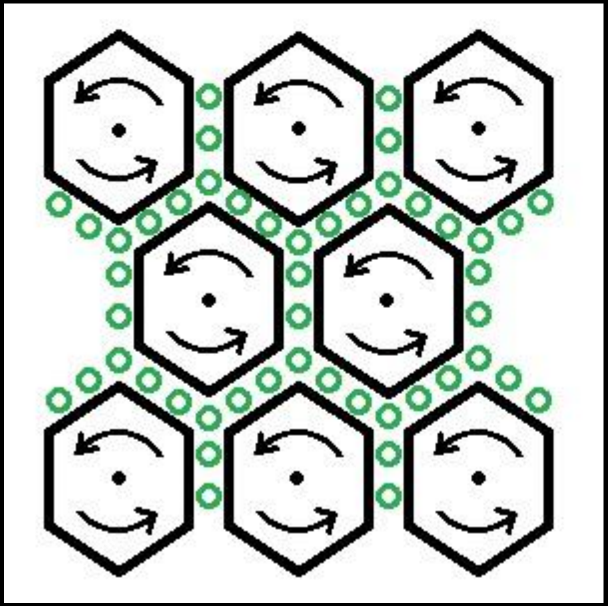
馬克士威的主要貢獻是
建立了馬克士威方程組，創立了古典電動力學，並且預言了電磁波的存在，提出了光的電磁說。馬克士威是電磁學理論的集大成者。他出生於電磁學理論奠基人法拉第提出電磁感應定理的1831年，後來又與法拉第結成忘年之交，共同構築了電磁學理論的科學體系。物理學歷史上認為牛頓的古典力學打開了機械時代的大門，而馬克士威電磁學理論則為電力時代奠定了基石。1931年，愛因斯坦在馬克士威百年誕辰的紀念會上，評價其建樹「是牛頓以來，物理學最深刻和最富有成果的工作。[3]

論文《論法拉第力線》

在那時期的電磁學可以形容為眾多實驗結果和數學分析的大雜燴，急需整合成一套內外一致，有條有理的學術理論。裝備著劍橋大學物理系對於物理學生精心栽培的比擬能力，馬克士威試圖創建一個能夠描述各種電磁現象的模型。在他的1855年論文《論法拉第力線》裏，馬克士威將法拉第想出的力線延伸為裝滿了不可壓縮流體的「力管」。這力管的方向代表力場（電場或磁場）的方向，力管的截面面積與力管內的流體速度成反比，而這流體速度可以比擬為電場或磁場。既然電場或磁場能夠比擬為流體速度，當然可以要求電場或磁場遵守流體力學的部分理論。那麼，借用流體力學的一些數學框架，即可推導出一系列初成形的電磁學雛論[4]。

論文《論物理力線》

- 1861年，馬克士威提出了「分子渦流模型」。由於法拉第效應顯示出，在通過介質時，偏振光波會因為外磁場的作用，轉變偏振的方向，因此，馬克士威認為磁場是一種旋轉現象。在他設計的「分子渦流模型」裏，他將力線延伸為「渦流管」。許多單獨的「渦胞」（渦旋分子）組成了一條條的渦流管。在這渦胞內部，不可壓縮流體繞著旋轉軸以均勻角速度旋轉。由於離心力作用，在渦胞內部的任意微小元素會感受到不同的壓力。知道這壓力的分佈，就可以計算出微小元素感受到的作用力。透過分子渦流模型，馬克士威詳細地分析與比擬這作用力內每一個項目的物理性質，合理地解釋各種磁場現象和其伴隨的作用力。



- 馬克士威對於分子渦流模型提出幾點質疑。假設鄰近兩條磁力線的渦胞的旋轉方向相同。假若這些渦胞之間會發生摩擦，則渦胞的旋轉會越來越慢，終究會停止旋轉；假若這些渦胞之間是平滑的，則渦胞會失去傳播資訊的能力。為了要避免這些棘手的問題，馬克士威想出一個絕妙的點子：他假設在兩個相鄰渦胞之間，有一排微小圓珠，將這兩個渦胞隔離分開。這些圓珠只能滾動(rolling)，不能滑動。圓珠旋轉的方向相反於這兩個渦胞的旋轉方向，這樣，就不會引起摩擦。圓珠的平移速度是兩個渦胞的周邊速度的平均值。這是一種運動關係，不是動力關係。馬克士威將這些圓珠的運動比擬為電流。從這模型，經過一番複雜的運算，馬克士威能夠推導出安培定律、法拉第感應定律等等。

- 馬克士威又給予這些渦胞一種彈性性質。假設施加某種外力於圓珠，則這些圓珠會轉而施加切力於渦胞，使得渦胞變形。這代表了一種靜電狀態。假設外力與時間有關，則渦胞的變形也會與時間有關，因而形成了電流。這樣，馬克士威可以比擬出電位移和位移電流。不但是在介質內，甚至在真空（馬克士威認為沒有完全的真空，乙太瀰漫於整個宇宙），只要有磁力線，就有渦胞，位移電流就可以存在。因此，馬克士威將安培定律加以延伸，增加了一個有關於位移電流的項目，稱為「馬克士威修正項目」。聰明睿智的馬克士威很快地聯想到，既然彈性物質會以波動形式傳播能量於空間，那麼，這彈性模型所比擬的電磁場應該也會以波動形式傳播能量於空間。不但如此，電磁波還會產生反射，折射等等波動行為。馬克士威計算出電磁波的傳播速度，發覺這數值非常接近於，先前從天文學得到的，光波傳播於行星際空間(interplanetaryspace)的速度。因此，馬克士威斷定光波就是一種電磁波。

i. 在論文內，方程式(56)是高斯磁定律：

$$\frac{d}{dx}(\mu\alpha)+\frac{d}{dy}(\mu\beta)+\frac{d}{dz}(\mu\gamma)=0\,;$$

其中，μ 是渦胞的質量密度，對應於磁導率，α 、β 、γ 分別為渦胞的週邊速度向量的三個投影於x-軸、y-軸和z-軸的分量，對應於輔助磁場 $\mathbf{H}$ 的三個分量。

ii. 方程式(112)是馬克士威-安培定律：

$$p = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz} - \frac{1}{E^2}\frac{dP}{dt}\right) \text{、}$$

$$q = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} - \frac{1}{E^2}\frac{dQ}{dt}\right) \text{、}$$

$$r = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} - \frac{1}{E^2}\frac{dR}{dt}\right) \text{；}$$

其中，p 、q 、r 分別為每秒鐘通過單位面積的圓粒數量向量的三個分量，分別對應於電流密度 $\mathbf{J}$ 的三個分量，P 、Q 、R 分別為在渦胞之間的圓粒所感受到的作用力的三個分量，分別對應於電場 $\mathbf{E}$ 的三個分量。

iii. 方程式(115)是高斯定律：

$$e = \frac{1}{4\pi E^2}\left(\frac{dP}{dx} + \frac{dQ}{dy} + \frac{dR}{dz}\right);$$

其中，e 是單位體積的圓粒數量，對應於電荷密度 ρ，E 是渦胞的彈性常數，對應於電容率 ϵ 的平方根的倒數。

iv. 方程式(54)是

$$\frac{dQ}{dz} - \frac{dR}{dy} = \mu\frac{d\alpha}{dt} \quad 、$$

$$\frac{dR}{dx} - \frac{dP}{dz} = \mu\frac{d\beta}{dt} \quad 、$$

$$\frac{dP}{dy} - \frac{dQ}{dx} = \mu\frac{d\gamma}{dt} \quad ;$$

方程式(77)是

$$P = \mu\gamma\frac{dy}{dt} - \mu\beta\frac{dz}{dt} + \frac{dF}{dt} - \frac{d\Psi}{dx} \text{、}$$

$$Q = \mu\alpha\frac{dz}{dt} - \mu\gamma\frac{dx}{dt} + \frac{dG}{dt} - \frac{d\Psi}{dy} \text{、}$$

$$R = \mu\beta\frac{dx}{dt} - \mu\alpha\frac{dy}{dt} + \frac{dH}{dt} - \frac{d\Psi}{dz} \text{；}$$

其中，F、G、H 分別為在渦胞之間的圓粒的動量的三個分量

Exercise

- Plot given functions
- Determine and plot their derivatives

$$f(x) = \tanh(x)$$

$$\frac{df}{dx} = ?$$

$$f(x) = x^2 + 3x + 2$$

$$\frac{df}{dx} = ?$$

$$f(x) = \tanh(x) + \cos(x)$$

$$\frac{df}{dx} = ?$$

$$f(x) = \exp(0.01 * x^2 + 0.3 * x + 2)$$

$$\frac{df}{dx} = ?$$

$$f(x) = \cosh(x)$$

$$\frac{df}{dx} = ?$$

$$f(x) = \tanh(x^2 + 3x + 2)$$

$$\frac{df}{dx} = ?$$